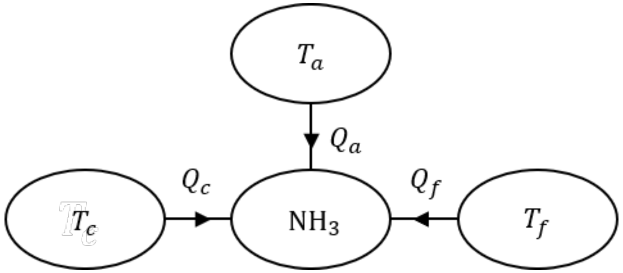
Thermodynamique | Chapitre 5 | TD (θ5)

Exercice n°1 • Machine frigorifique tritherme *cours*

Au début du XIX^e siècle, des procédés d'obtention de froid artificiel ont vu le jour. La première machine à atteindre une importance industrielle généralisée fut celle du français Ferdinand Carré qui, en 1859, déposa un brevet pour un réfrigérateur à absorption utilisant l'ammoniac (NH_3) comme fluide frigorigène. Son principe est schématisé figure ci-dessous.



Un réfrigérateur à absorption est un récepteur thermique fonctionnant par contact avec trois « thermostats », sans recevoir de travail mécanique. La source chaude à la température T_c est constituée par le système de chauffage de la machine (un brûleur par exemple), qui fournit de la chaleur au fluide. La source froide à la température T_f est constituée par l'enceinte à refroidir. La source auxiliaire à la température T_a est constituée par la salle dans laquelle se trouve la machine. On a donc :

$$T_f < T_a < T_c$$

On désigne par Q_c, Q_f et Q_a les transferts thermiques reçus par le fluide au cours d'un cycle de la machine, respectivement lors des contacts avec les trois sources.

1) Déterminer les signes de Q_c, Q_f et Q_a.

2) Comparer les valeurs absolues $|Q_c|$ et $|Q_a|$. Commenter.

3) Exprimer l'efficacité e de la machine en fonctions des Q_i.

4) Exprimer l'efficacité de Carnot e_c de la machine en fonctions des T_i.

5) Étudier la limite de e_c lorsque la température T_c du système de chauffage de la machine devient très grande. Interpréter l'expression obtenue.

6) Quel avantage de ce type de machine peut-on prévoir par rapport à une machine à compression de fluide ?

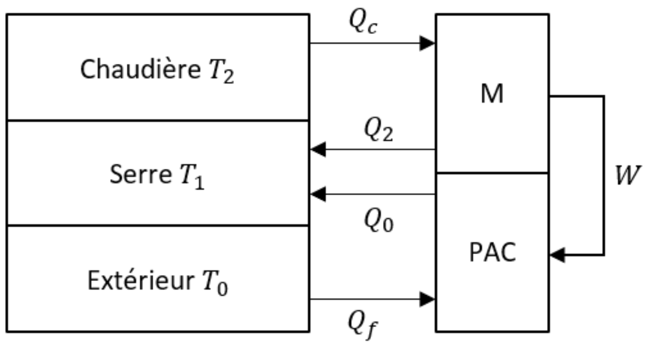
À partir de 1885, le système à compression de vapeurs liquéfiables commença à prendre le net avantage qui est devenu éclatant au cours du XX^e siècle.

Exercice n°2 • Cogénération *cours*

Pour maintenir une serre à la température constante T_1, l'extérieur étant à la température T_0, il faut fournir par jour une quantité de chaleur Q, par exemple par transfert direct depuis une chaudière à la température T_0.

On propose un autre mode de chauffage utilisant deux machines :

- un moteur (M) fonctionnant entre la chaudière à T_2 et la serre à T_1,
- une pompe à chaleur (PAC) entre l'extérieur à T_0 et la serre à T_1.



Remarque : les flèches indiquent le sens réel des transferts d'énergie. Toutes les grandeurs Q_f, Q_0, Q_2, Q_c et W sont positives.

1) Définir et déterminer l'efficacité e_{tot} d'un tel dispositif en supposant que chaque machine fonctionne de manière réversible. On en donnera l'expression en fonction du rendement du moteur η et de l'efficacité e de la pompe à chaleur, puis en fonction des températures des sources.

2) Comparer à l'utilisation de la chaudière seule placée dans la serre.

Exercice n°3 • Rendement d'un cycle ★☆☆

Un système constitué par n moles d'un gaz parfait de coefficient de Laplace $\gamma = 1,4$ suit le cycle suivant :

- (01) Compression de V_0 à $V_0/2$ isobare à P_0 ;
- (12) Échauffement isochore ;

- (20) Détente adiabatique réversible.

On admet que cette machine thermique est en contact avec deux thermostats aux températures T_c et T_f (avec $T_c > T_f$) et que les températures extrémales atteintes au cours du cycle sont celles des thermostats.

1) Représenter le cycle dans un diagramme de Clapeyron.

2) Exprimer les températures T_1 et T_2 en fonction de T_0 et γ.

3) Quelle est la nature de cette machine thermique ? Donner la définition de son rendement η.

4) Exprimer η en fonction de γ et des températures T_0, T_1 et T_2, puis en fonction de γ uniquement. Calculer η.

5) Déterminer les températures de la source chaude T_c et de la source froide T_f. En déduire le rendement maximal que l'on peut espérer d'atteindre avec de telles sources.

Exercice n°4 • Moteur Diesel ★⯪☆

Une mole de gaz parfait diatomique ($\gamma = 1,4$) subit les transformations lentes et aucours desquelles on néglige tous les phénomènes dissipatifs (frottements ...) suivantes :

- (01) Compression adiabatique réversible.
- (12) Dilatation isobare. Il s'agit d'une phase de combustion provoquée par l'inflammation spontanée du mélange (il n'y a pas de bougies) au cours de laquelle le gaz reçoit un transfert thermique Q_c en provenance d'une source chaude fictive.
- (23) Détente adiabatique réversible.
- (30) Refroidissement isochore. Le gaz est en contact de l'atmosphère (pression $P_0 = 1$ bar, température $T_0 = 300$ K) qui joue le rôle d'une source froide.

On note $a = V_0/V_1$ et $b = V_3/V_2$ les rapports volumétriques des transformations adiabatiques.

1) Tracer l'allure du cycle en coordonnées de Clapeyron.

2) Déterminer les expressions littérales de V_1, V_2 et V_3 en fonction de a, b et V_0.

3) Faire de même avec P_1, P_2 et P_3 en fonction de a, b, γ et P_0.

4) On donne $a = 9$ et $b = 3$. Faire les applications numériques.

État	P (bar)	V (L)	T (K)
0	1		300
1			
2			
3			

5) Déterminer les expressions des travaux et ses transferts thermiques échangés au cours des différentes transformations en fonction des capacités C_V, C_P, ainsi que des grandeurs P_i, V_i, T_i pour $i = 0 \dots 3$.

6) Déterminer l'expression du rendement d'un moteur fonctionnant suivant ce cycle en fonction des T_i. Faire l'application numérique.

7) Donner l'expression du rendement de Carnot d'un moteur fonctionnant entre les deux mêmes sources de chaleur. Faire l'application numérique.

8) Comparer les deux valeurs de rendement. Commenter.

Exercice n°5 • Chauffage d'un bâtiment ★★☆

Une pompe à chaleur sert à chauffer un bâtiment. La température extérieure est de 0 °C, alors que celle à l'intérieur du bâtiment vaut 25 °C. L'efficacité de la pompe à chaleur, dont le fonctionnement n'est pas celui d'une pompe à chaleur fonctionnant selon un cycle de Carnot réversible, vaut $3,2$.

1) Si la pompe à chaleur transfère la chaleur dans le bâtiment à raison de 5 MJ par heure, quelle puissance faut-il fournir pour maintenir la pompe en état de marche ?

2) Dans un radiateur électrique, toute l'énergie électrique fournie est dissipée sous forme de chaleur. Quelle puissance électrique faudrait-il fournir pour chauffer le bâtiment avec des radiateurs électriques avec le même transfert de chaleur (5 MJ par heure) ?

3) La combustion d'un litre de fuel libère 37 MJ. Combien de litres de fuel faudrait-il brûler avec un rendement de 80 % pour assurer le chauffage du bâtiment ?

4) On brûle le fuel afin de produire de l'énergie électrique avec un rendement de 40 %. Si cette énergie sert à faire marcher la pompe à chaleur, combien de litres de fuel faudrait-il brûler par heure ?

Exercice n°6 • Moteur ditherme avec sources non idéales ★★☆

Soit un moteur thermique réversible fonctionnant entre deux sources de même capacité $C = 4 \cdot 10^6$ J·K^{-1} dont les températures initiales sont respectivement $T_{f,0} = 50$ °C et $T_{c,0} = 100$ °C. Ces températures ne sont pas maintenues constantes.

1) Donner le schéma de principe de ce moteur, en indiquant le sens conventionnel des transferts thermiques et de travail, et préciser leur signe.

Les températures des sources n'étant pas maintenues constantes, on désigne par T_c la température de la source chaude et par T_f la température de la source froide à un instant quelconque du fonctionnement du moteur, et on note T_∞ la température finale des deux sources quand le moteur s'arrête de fonctionner.

On suppose que la température des sources change peu à chaque cycle. On note dT_f et dT_c les variations de température des sources sur un cycle, ainsi que δQ_f et δQ_c les transferts de chaleurs des sources vers le moteur.

2) Appliquer les deux principes au moteur pour un cycle.

3) Appliquer le premier principe à chaque source pour un cycle.

4) Montrer que $\sqrt{T_f T_c}$ est constant. En déduire température finale T_∞.

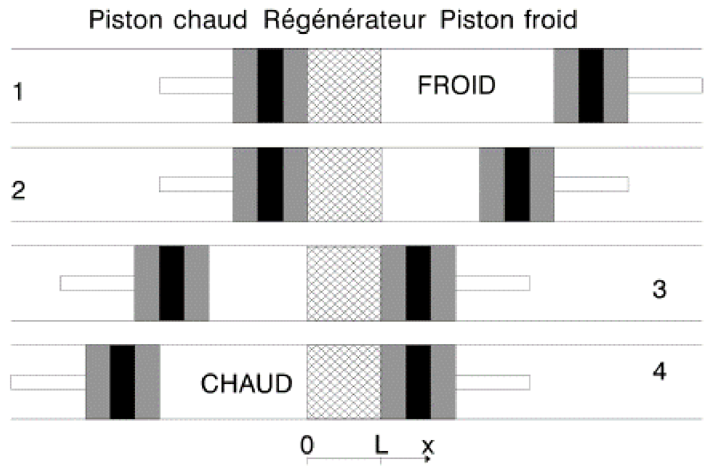
5) Déterminer le travail total fourni par ce moteur jusqu'à son arrêt. Vérifier et interpréter le signe.

6) Exprimer le rendement global ; le comparer avec le rendement théorique maximal que l'on pourrait obtenir si les températures initiales des deux sources restaient constantes.

Exercice n°7 • Étude du régénérateur du moteur de Stirling ★★★

La première partie correspond à l'étude du moteur de Stirling (partie classique, faite en cours). La deuxième partie correspond à l'étude du régénérateur (partie bien plus difficile).

Le moteur de Stirling est constitué d'un cylindre de surface S, à l'intérieur duquel se trouve deux pistons mobiles, un régénérateur (plaques de cuivre) fixe et du gaz (du dihydrogène H_2), supposé parfait, qui peut être déplacé de part à d'autre du régénérateur à l'aide du mouvement des pistons. Le piston de droite, appelé piston froid, est maintenu à la température T_f. L'autre piston, appelé piston chaud, est maintenu à la température T_c.



Cycle de Stirling

Le cycle associé (représenté sur la figure ci-dessus) à un moteur de Stirling est constitué de 2 isothermes et de 2 isochores. Il est décrit comme suit :

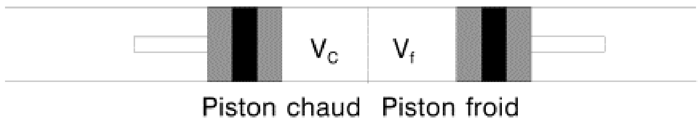
- (12) compression isotherme à $T_f = 313$ K ;
- (23) transformation isochore de la température T_f à $T_c = 1173$ K ;
- (34) détente isotherme à T_c ;
- (41) transformation isochore de la température T_c à T_f.

Caractéristiques du moteur de Stirling retenu

- Volume minimum du gaz libre (chambre chaude + froide, dans les états 2 et 3) : $V_m = 1,00$ L
- Volume maximum du gaz libre (chambre chaude + froide, dans les états 1 et 4) : $V_M = 2,00$ L
- Volume du régénérateur accessible au gaz (partie 2 uniquement) : $V_r = 0,20$ L
- Masse de dihydrogène, contenue dans le moteur : $m = 10,0$ g, de masse molaire : $M = 2,00$ g·mol^{-1} et de capacité thermique molaire à volume constant : $C_{V,m} = 5R/2$

Partie 1 : Moteur de Stirling avec un régénérateur parfait

Les questions de cette partie ne tiennent pas compte de la présence du régénérateur. Dans toutes les questions de cette partie 1, le volume du régénérateur est nul ($V_r = 0$), comme indiqué sur la figure suivante.



Volumes à considérer pour le régénérateur parfait

1) À partir des caractéristiques du moteur de Stirling, déterminer numériquement le nombre de moles n de gaz et les pressions P_1 à P_4.

2) Représenter le cycle moteur de Stirling sur un diagramme $P(V)$.

3) Exprimer la variation d'énergie interne ΔU_{ab} et les transferts énergétiques W_{ab} et Q_{ab}, entre un état a et un état b pour une transformation isotherme.

4) Exprimer la variation d'énergie interne ΔU_{ab} et les transferts énergétiques W_{ab} et Q_{ab}, entre un état a et un état b pour une transformation isochore.

5) Calculer numériquement les travaux W et les transferts thermiques Q algébriquement reçus par le gaz à chaque étape du cycle.

6) Que vaut le travail W_{cycle} sur le cycle ? Le représenter graphiquement sur le diagramme de Clapeyron.

7) Que valent les transferts thermiques algébriquement reçus par le gaz de la source chaude Q_c et de la source froide Q_f, en fonction des transferts thermiques des différentes étapes ? Faire l'application numérique.

8) Définir le rendement du moteur sans régénérateur, notée η_{sr}. Faire l'application numérique.

En présence d'un régénérateur parfait (volume négligeable, transfert parfait), la chaleur perdue lors de l'étape (41) est stockée dans le régénérateur et intégralement récupérée lorsde l'étape (23).

9) Que vaut le rendement η en cas de régénérateur parfait ? Le comparer au rendement de Carnot. Commenter.

Partie 2 : Étude du régénérateur non idéal

Le régénérateur peut être constitué d'un empilement de disques de fils de cuivre tressés. On suppose que la température dans le régénérateur varie linéairement avec l'abscisse selon la loi :

$$T(x) = T_c + \frac{T_f - T_c}{L}\,x$$

On prendra pour origine des abscisses la frontière chambre chaude/régénérateur, et L représente la longueur du régénérateur. On ne tiendra nullement compte des aspects dynamiques. Le volume accessible au gaz dans le régénérateur V_r est aussi appelé volume mort.

Dans le régénérateur, le gradient de température conduit à la concentration en gaz :

$$C(x) = \frac{n(x)}{V_r} = \frac{P_r}{R\,T(x)}$$

non uniforme puisque, dans le régénérateur, la pression s'équilibre immédiatement (P_r) mais pas la température ($T(x)$). On va alors rechercher quelle serait la valeur de la température T_r constante qui décrirait un gaz aux propriétés uniformes, sous la même pression P_r et avec la même quantité de matière totale $n_r = \langle n(x) \rangle$, où $\langle \cdot \rangle$ désigne la valeur moyenne.

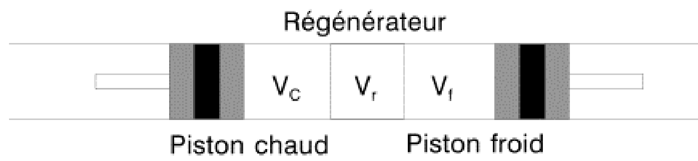
10) Justifier la phrase : « dans le régénérateur, la pression s'équilibre immédiatement mais pas la température ».

11) Montrer que la température effective moyenne T_r s'exprime selon :

$$T_r = \frac{T_c - T_f}{\ln(T_c/T_f)} = 691 \text{ K}$$

Pour la suite, on suppose que toutes les molécules présentes dans le régénérateur seront supposées être à la température T_r.

12) À partir d'un bilan de matière (conservation du nombre de moles de fluide à l'intérieur du moteur), exprimer la pression P en fonction de n, R, des températures T_r, T_c, T_f et des volumes V_r, V_c, V_f (volumes associés au régénérateur, au piston chaud et au piston froid (figure ci-dessous). On considérera la pression identique dans le régénérateur et les deux chambres.



Différents volumes pris en compte

13) Déterminer les travaux W'_{12} et W'_{34} puis effectuer l'application numérique.

14) Comparer la valeur numérique du travail sur le cycle avec un volume mort (noté W_{cycle}) à sa valeur obtenue sans volume mort (noté W'_{cycle}). Commenter.

Éléments de correction

❶ 1) $Q_c > 0$, $Q_f > 0$ et $Q_a < 0$. 2) $|Q_a| > |Q_c|$. 3) $e = \dfrac{Q_f}{Q_c}$. 4) $e_c = \dfrac{1/T_a - 1/T_c}{1/T_f - 1/T_a}$. 5) $e_c \to \dfrac{T_f}{T_a - T_f}$. 6) Pas de moteur. ❷ 1) $e_{tot} =$

$\dfrac{Q_0+Q_2}{Q_c}=\dfrac{T_2-T_0}{T_1-T_0}$. 2) Plus efficace car $e_{tot}>1$. ❸ 2) $T_1=\dfrac{T_0}{2}$ et $T_2=2^{\gamma-1}\,T_0$. 3) Moteur : $\eta=1+\dfrac{Q_f}{Q_c}$. 4) $\eta=1-\dfrac{\gamma}{2^\gamma-1}=15$ %. 5) $\eta_c=1-\dfrac{1}{2^\gamma}=62$ %. ❹ 2) $V_1=\dfrac{V_0}{a}$, $V_2=\dfrac{V_0}{b}$ et $V_3=V_0$. 3) $P_1=P_2=P_0\,a^\gamma$ et $P_3=P_0\left(\dfrac{a}{b}\right)^\gamma$. 4) Dans l'ordre : $P_i=1\cdot 21,7\cdot 21,7\cdot 4,66$ bar, $V_i=24,9\cdot 2,77\cdot 8,31\cdot 24,9$ L et $T_i=300\cdot 723\cdot 2170\cdot 1400$ K. 5) $W_{01}=C_V\,(T_1-T_0)$, $W_{12}=-P_1\,(V_2-V_1)$, $W_{23}=C_V\,(T_3-T_2)$, $W_{30}=0$, $Q_{01}=0$, $Q_{12}=C_P\,(T_2-T_1)$, $Q_{23}=0$ et $Q_{30}=C_V\,(T_0-T_3)$. 6) $\eta=1+\dfrac{Q_{30}}{Q_{12}}=46$ %. 7) $\eta_c=1-\dfrac{T_0}{T_2}=86$ %.

❺ 1) 430 W. 2) $1,4$ kW. 3) $0,17$ L de fuel par heure. 4) $0,10$ L de fuel par heure.

❻ 2) $0=\delta W+\delta Q_f+\delta Q_c$ et $0=\dfrac{\delta Q_f}{T_f}+\dfrac{\delta Q_c}{T_c}$. 3) $dU_f=C\,dT_f=-\delta Q_f$ et $dU_c=C\,dT_c=-\delta Q_c$. 4) $T_\infty=\sqrt{T_{f,0}T_{c,0}}$. 5) $W=2C\left(\sqrt{T_{f,0}T_{c,0}}-\dfrac{T_{f,0}+T_{c,0}}{2}\right)=-7,2\cdot 10^6$ J·K^{-1} <0. 6) $\eta=-\dfrac{W}{Q_c}=\dfrac{2\sqrt{T_{f,0}T_{c,0}}-(T_{f,0}+T_{c,0})}{T_\infty-T_{c,0}}=0,07$ et $\eta_c=\dfrac{T_{c,0}-T_{f,0}}{T_{c,0}}=0,13$. ❼ 1) $n=\dfrac{m}{M}=5,00$ mol, $P_1=\dfrac{nRT_f}{V_M}=65,1$ bar, $P_2=\dfrac{nRT_f}{V_m}=130$ bar, $P_3=\dfrac{nRT_c}{V_m}=488$ bar et $P_4=\dfrac{nRT_c}{V_M}=244$ bar. 2) cf. cours. 3) $\Delta U_{ab}=0$ et $W_{ab}=-Q_{ab}=-nRT\ \ln\left(\dfrac{V_b}{V_a}\right)$. 4) $W_{cd}=0$ et $\Delta U_{cd}=Q_{cd}=\dfrac{5nR}{2}\,(T_d-T_c)$. 5) $W_{12}=9,02$ kJ, $Q_{12}=-9,02$ kJ, $W_{23}=0$, $Q_{23}=89,4$ kJ, $W_{34}=-33,8$ kJ, $Q_{34}=33,8$ kJ, $W_{41}=0$ et $Q_{41}=-89,4$ kJ. 6) $W_{cycle}=-24,8$ kJ <0. 7) $Q_c=Q_{23}+Q_{34}=123$ kJ et $Q_f=Q_{41}+Q_{12}=-98,4$ kJ. 8) $\eta_{sr}=\dfrac{-W_{cycle}}{Q_c}=20,1$ %. 9) $\eta=\dfrac{-W_{cycle}}{Q_{34}}=73,3$ % $=\eta_c$. 10) et 11) cf. correction. 12) $P=\dfrac{nR}{V_c/T_c+V_r/T_r+V_f/T_f}$. 13) $W'_{12}=-nRT_f\ \ln\left(\dfrac{V_m+T_fV_r/T_c}{V_M+T_fV_r/T_c}\right)=8,43$ kJ et $W'_{34}=-nRT_c\ \ln\left(\dfrac{V_M+T_cV_r/T_r}{V_m+T_cV_r/T_r}\right)=-26,9$ kJ. 14) $\left|W'_{cycle}\right|=18,4$ kJ $<|W_{cycle}|=24,8$ kJ.